

2018 年广西六市同城初中毕业升学统一考试试卷解析

数学

(考试时间：120 分钟 满分：120 分)

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 请在答题卡上作答, 在试卷上作答无效。
2. 答题前, 请认真阅读答题卡上的注意事项。
3. 不能使用计算器, 考试结束前, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.)

1. -3 的倒数是

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

【答案】 C

【考点】 倒数定义, 有理数乘法的运算律,

【解析】 根据倒数的定义, 如果两个数的乘积等于 1, 那么我们就说这两个数互为倒数. 除 0 以外的数都存在倒数. 因此 -3 的倒数为 $-\frac{1}{3}$

【点评】 主要考察倒数的定义

2. 下列美丽的壮锦图案是中心对称图形的是



A



B



C



D

【答案】A

【考点】中心对称图形

【解析】在平面内，如果把一个图形绕某个点旋转 180° 后，能与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形。

【点评】掌握中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合。

3.2018 年俄罗斯世界杯开幕式于 6 月 14 日在莫斯科卢日尼基球场举行，该球场可容纳 81000 名观众，其中数据 81000 用科学计数法表示为（ ）

A. 81×10^3

B. 8.1×10^4

C. 8.1×10^5

D. 0.81×10^5

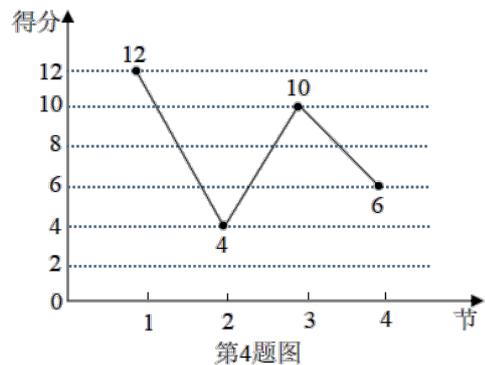
【答案】B

【考点】科学计数法

【解析】 $81000 = 8.1 \times 10^4$ ，故选 B

【点评】科学计数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为整数

4.某球员参加一场篮球比赛，比赛分 4 节进行，该球员每节得分如折线统计图所示，则该球员平均每节得分为（ ）



A.7分

B.8分

C.9分

D.10分

【答案】 B

【考点】 求平均分

【解析】 $\frac{12+4+10+6}{4}=8$

【点评】 本题考查用折线图求数据的平均分问题

5. 下列运算正确的是

A. $a(a+1)=a^2+1$

B. $(a^2)^3=a^5$

C. $3a^2+a=4a^3$

D. $a^5 \div a^2 = a^3$

【答案】 D

【考点】 整式的乘法；幂的乘方；整式的加法；同底数幂的除法

【解析】 选项 A 错误，直接运用整式的乘法法则，用单项式去乘多项式的每一项，再把结果相加，可得 $a(a+1)=a^2+a$ ；

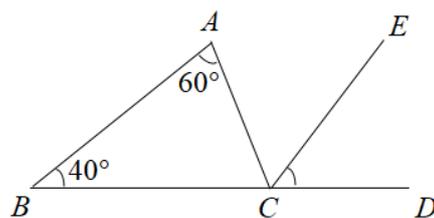
选项 B 错误，直接运用幂的乘方法则，底数不变，指数相乘，可得 $(a^2)^3=a^6$ ；

选项 C 错误，直接运用整式的加法法则， $3a^2$ 和 a 不是同类项，不可以合并；

选项 D 正确，直接运用同底数幂的除法，底数不变，指数相减，可得 $a^5 \div a^2 = a^3$ 。

【点评】 本题考查整式的四则运算，需要记住运算法则及其公式，属于基础题。

6. 如图， $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， CE 平分 $\angle ACD$ ，若 $\angle A=60^\circ$ ， $\angle B=40^\circ$ ，则 $\angle ECD$ 等于 ()



第6题图

A. 40°

B. 45°

C. 50°

D. 55°

【答案】 C

【考点】 三角形外角的性质，角平分线的定义

【解析】 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD = \angle A + \angle B = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$ ，又因为 CE 平分 $\angle ACD$ ，所以 $\angle ACE = \angle ECD = \frac{1}{2} \angle ACD = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$ 。

【点评】 三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角和

7. 若 $m > n$ ，则下列不等式正确的是

A. $m - 2 < n - 2$

B. $\frac{m}{4} > \frac{n}{4}$

C. $6m < 6n$

D. $-8m > -8n$

【答案】 B

【考点】 不等式的性质

【解析】 A：不等式两边同时减去一个相等的数，不等式的符号不改变 错误

B：不等式两边同时除以一个相等的正数，不等式的符号不改变 正确

C：不等式两边同时乘以一个相等的正数，不等式的符号不改变 错误

D：不等式两边同时乘以一个相等的负数，不等式的符号改变 错误

【点评】 本题目考察了对于不等式性质的理解与判断，属于基础题目

8. 从 $-2, -1, 2$ 这三个数中任取两个不同的数相乘，积为正数的概率是

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{4}$

【答案】 C

【考点】 概率统计、有理数乘法

【解析】 总共有三个数字，两两相乘有三种情况；根据同号得正，异号得负，而只有 -2 与

-1相乘时才得正数，所以是 $\frac{1}{3}$

【点评】此题目考察了对于概率统计基本概念的理解以及有理数乘法的判断

9.将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 向左平移 2 个单位后，得到新抛物线的解析式为

A. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 5$

B. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 5$

C. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 3$

D. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$

【答案】D

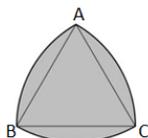
【考点】配方法；函数图像的平移规律；点的平移规律；

【解析】方法 1：先把解析式配方为顶点式，再把顶点平移。抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 可配方成 $y = \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3$ ，顶点坐标为(6,3)。因为图形向左平移 2 个单位，所以顶点向左平移 2 个单位，即新的顶点坐标变为(4,3)，而开口大小不变，于是新抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$ 。

方法 2：直接运用函数图像左右平移的“左加右减”法则。向左平移 2 个单位，即原来解析式中所有的“x”均要变为“x+2”，于是新抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 6(x + 2) + 21$ ，整理得 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 11$ ，配方后得 $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$ 。

【点评】本题可运用点的平移规律，也可运用函数图像平移规律，但要注意的是二者的区别：其中点的平移规律是上加下减，左减右加；而函数图像的平移规律是上加下减，左加右减。

10.如图，分别以等边三角形 ABC 的三个顶点为圆心，以边长为半径画弧，得到的封闭图形是莱洛三角形，若 $AB = 2$ ，则莱洛三角形的面积（即阴影部分面积）为



A. $\pi + \sqrt{3}$

B. $\pi - \sqrt{3}$

C. $2\pi - \sqrt{3}$

D. $2\pi - 2\sqrt{3}$

【答案】D

【考点】等边三角形的性质与面积计算、扇形的面积计算公式.

【解析】莱洛三角形的面积实际上是由三块相同的扇形叠加而成,其面积等于三块扇形的面积相加减去两个等边三角形的面积,即 $S_{\text{阴影}}=3 \times S_{\text{扇形}}-2 \times S_{\Delta ABC}$.

由题意可得, $S_{\text{扇形}}=\pi \times 2^2 \times \frac{60}{360}=\frac{2}{3}\pi$.

要求等边三角形 ABC 的面积需要先求高.

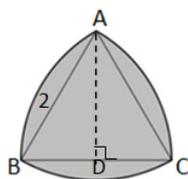
如下图,过 AD 垂直 BC 于 D,可知,

在 Rt ΔABD 中, $\sin 60^\circ=\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{2}$,

所以 $AD=2 \times \sin 60^\circ=\sqrt{3}$,

所以 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2} \times BC \times AD=\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3}=\sqrt{3}$.

所以 $S_{\text{阴影}}=3 \times S_{\text{扇形}}-2 \times S_{\Delta ABC}=3 \times \frac{2}{3}\pi-2 \times \sqrt{3}=2\pi-2\sqrt{3}$.



故选 D.

【点评】求不规则图形面积关键是转化到规则图形中应用公式求解.

11.某种植基地 2016 年蔬菜产量为 80 吨,预计 2018 年蔬菜产量达到 100 吨,求蔬菜产量的年平均增长率.设蔬菜产量的年平均增长率为 x ,则可列方程为

A. $80(1+x)^2=100$

B. $100(1-x)^2=80$

C. $80(1+2x)=100$

D. $80(1+x^2)=100$

【答案】 A

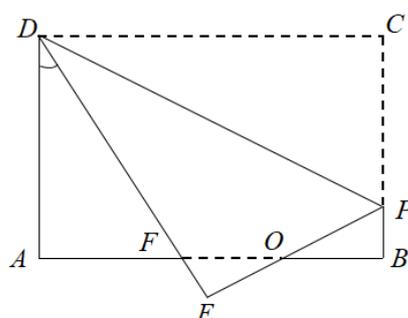
【考点】由实际问题抽象出一元二次方程

【解析】由题意知，蔬菜产量的年平均增长率为 x ，根据2016年蔬菜产量为80吨，则2017年蔬菜产量为 $80(1+x)$ 吨，2018年蔬菜产量为 $80(1+x)(1+x)$ 吨. 预计2018年蔬菜产量达到100吨，即 $80(1+x)(1+x) = 100$ ，即 $80(1+x)^2 = 100$.

故选A.

【点评】此题考查了一元二次方程的应用(增长率问题).解题的关键是在于理清题目的意思，找到2017年和2018年的产量的代数式，根据条件找出等量关系式，列出方程.

12.如图，矩形纸片 $ABCD$ ， $AB=4$ ， $BC=3$ ，点 P 在 BC 边上，将 $\triangle CDP$ 沿 DP 折叠，点 C 落在点 E 处， PE 、 DE 分别交 AB 于点 O 、 F ，且 $OP=OF$ ，则 $\cos\angle ADF$ 的值为



第12题图

- A. $\frac{11}{13}$ B. $\frac{13}{15}$ C. $\frac{15}{17}$ D. $\frac{17}{19}$

【答案】C

【考点】折叠问题：勾股定理列方程，解三角形，三角函数值

【解析】

由题意得： $Rt\triangle DCP \cong Rt\triangle DEP$ ，所以 $DC=DE=4$ ， $CP=EP$

在 $Rt\triangle OEF$ 和 $Rt\triangle OBP$ 中， $\angle EOF = \angle BOP$ ， $\angle B = \angle E$ ， $OP=OF$

$Rt\triangle OEF \cong Rt\triangle OBP(AAS)$ ，所以 $OE=OB$ ， $EF=BP$

设 EF 为 x ，则 $BP=x$ ， $DF=DE-EF=4-x$ ，

又因为 $BF=OF+OB=OP+OE=PE=PC$ ， $PC=BC-BP=3-x$

所以, $AF = AB - BF = 4 - (3 - x) = 1 + x$

在 $\text{Rt}\triangle DAF$ 中, $AF^2 + AD^2 = DF^2$, 也就是 $(1+x)^2 + 3^2 = (4-x)^2$

解之得, $x = \frac{3}{5}$, 所以 $EF = \frac{3}{5}$, $DF = 4 - \frac{3}{5} = \frac{17}{5}$

最终, 在 $\text{Rt}\triangle DAF$ 中, $\cos \angle ADF = \frac{AD}{DF} = \frac{15}{17}$

【点评】本题由题意可知, $\text{Rt}\triangle DCP \cong \text{Rt}\triangle DEP$ 并推理出 $\text{Rt}\triangle OEF \cong \text{Rt}\triangle OBP$, 寻找出合适的线段设未知数, 运用勾股定理列方程求解, 并代入求解出所求 \cos 值即可得。

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. 要使二次根式 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____

【答案】 $x \geq 5$

【考点】二次根式有意义的条件.

【解析】根据被开方数是非负数, 则有 $x-5 \geq 0$, $\therefore x \geq 5$.

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件, 利用得出不等式是解题关键.

14. 因式分解: $2a^2 - 2 =$ _____.

【答案】 $2(a+1)(a-1)$

【考点】因式分解

【解析】 $2a^2 - 2 = 2(a^2 - 1) = 2(a+1)(a-1)$

步骤一: 先提公因式 2 得到: $2(a^2 - 1)$,

步骤二: 再利用平方差公式因式分解得到结果: $2(a+1)(a-1)$

【点评】此题目考察了对于因式分解的基本判断与认识, 属于基础题目

15. 已知一组数据 6, x , 3, 3, 5, 1 的众数是 3 和 5, 则这组数据的中位数是_____。

【答案】4

【考点】中位数

【解析】解：因为众数为3和5，所以 $x = 5$ ，所以中位数为： $(3+5) \div 2 = 4$

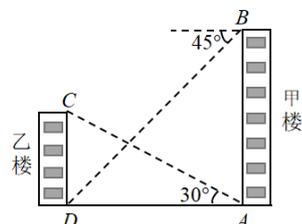
【点评】主要考察了众数的知识点，通过众数求中位数

16.如图，从甲楼底部A处测得乙楼顶部C处的仰角是 30° ，从甲楼顶部B处测得乙楼底部D处的俯角是 45° 。已知甲楼的高AB是120m，则乙楼的高CD是_____m(结果保留根号)。

【答案】 $40\sqrt{3}$

【考点】三角函数

【解析】∵俯角是 45° ，∴ $\angle BDA = 45^\circ$ ，∴ $AB = AD = 120\text{m}$ ，



第16题图

又∵ $\angle CAD = 30^\circ$

∴在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中 $\tan\angle CDA = \tan 30^\circ = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

$$\therefore CD = 40\sqrt{3} \text{ (m)}$$

【点评】学会应用三角函数解决实际问题。

17.观察下列等式： $3^0 = 1$ ， $3^1 = 3$ ， $3^2 = 9$ ， $3^3 = 27$ ， $3^4 = 81$ ， $3^5 = 243$ ，...，根据其中规律可得 $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ 的结果的个位数字是_____。

【答案】3

【考点】循环规律

【解析】∵ $3^0 = 1$ ， $3^1 = 3$ ， $3^2 = 9$ ， $3^3 = 27$ ， $3^4 = 81$ ∴个位数4个数一循环，∴

$(2018+1) \div 4 = 504$ 余3，∴ $1+3+9=13$ ，∴ $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ 的个位数字是

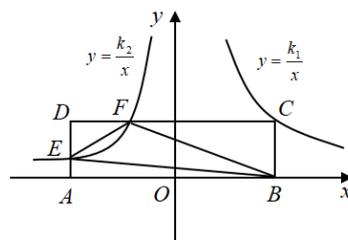
3。

【点评】找到循环规律判断个位数。

18. 如图，矩形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在 x 轴上，且关于 y 轴对称，

反比例函数 $y = \frac{k_1}{x} (x > 0)$ 的图像经过点 C ，反比例函数

$y = \frac{k_2}{x} (x < 0)$ 的图像分别与 AD, CD 交于点 E, F ，



第18题图

若 $S_{\triangle BEF} = 7, k_1 + 3k_2 = 0$ ，则 k_1 等于_____.

【答案】 $k_1 = 9$

【考点】 反比例函数综合题

【解析】 设 B 的坐标为 $(a, 0)$ ，则 A 为 $(-a, 0)$ ，其中 $k_1 + 3k_2 = 0$ ，即 $k_1 = -3k_2$

根据题意得到 $C(a, \frac{k_1}{a})$ ， $E(-a, -\frac{k_2}{a})$ ， $D(-a, \frac{k_1}{a})$ ， $F(-\frac{a}{3}, \frac{k_1}{a})$

$$\text{矩形面积} = 2a \cdot \frac{k_1}{a} = 2k_1$$

$$S_{\triangle DEF} = \frac{DF \cdot DE}{2} = \frac{\frac{2}{3}a \times (-\frac{2k_2}{a})}{2} = -\frac{2}{3}k_2$$

$$S_{\triangle BCF} = \frac{CF \cdot BC}{2} = \frac{\frac{4}{3}a \times \frac{k_1}{a}}{2} = \frac{2}{3}k_1$$

$$S_{\triangle ABE} = \frac{AB \cdot AE}{2} = \frac{2a \times (-\frac{k_2}{a})}{2} = -k_2$$

$$\because S_{\triangle BEF} = 7$$

$$\therefore 2k_1 + \frac{2}{3}k_2 - \frac{2}{3}k_1 + k_2 = 7$$

把 $k_2 = -\frac{1}{3}k_1$ 代入上式，得到

$$\frac{4}{3}k_1 + \frac{5}{3} \times (-\frac{1}{3}k_1) = 7$$

$$\frac{4}{3}k_1 - \frac{5}{9}k_1 = 7$$

$$\frac{7}{9}k_1 = 7$$

$$k_1 = 9$$

【点评】该题考察到反比例函数中 k 值得计算，设点是关键，把各点坐标求出来，根据割补法求面积列式，求出 k_1 的值。

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分，解答题因写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（本题满分 6 分）计算：
$$|-4| + 3 \tan 60^\circ - \sqrt{12} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

【答案】 $2 + \sqrt{3}$

【考点】实数的运算；负指数幂；特殊角的三角函数值；根号的化简

【解析】

解：原式
$$= 4 + 3 \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2$$
$$= 2 + \sqrt{3}$$

【点评】本题先根据实数运算的步骤和法则分别进行计算，再把所得结果合并即可

20.（本题满分 6 分）解分式方程：
$$\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{2x}{3x-3}$$

【答案】 $x = 1.5$

【考点】解分式方程

【解答】

解：方程左右两边同乘 $3(x-1)$ ，得

$$3x - 3(x-1) = 2x$$

$$3x - 3x + 3 = 2x$$

$$2x = 3$$

$$x = 1.5$$

检验 当 $x = 1.5$ 时， $3(x-1) \neq 0$

所以，原分式方程的解为 $x = 1.5$

【点评】根据解分式的一般步骤进行去分母，然后解一元一次方程，最后记得检验即可。

21. (本题满分8分) 如图, 在平面直角坐标系中,

已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(1,1)$,

$B(4,1), C(3,3)$.

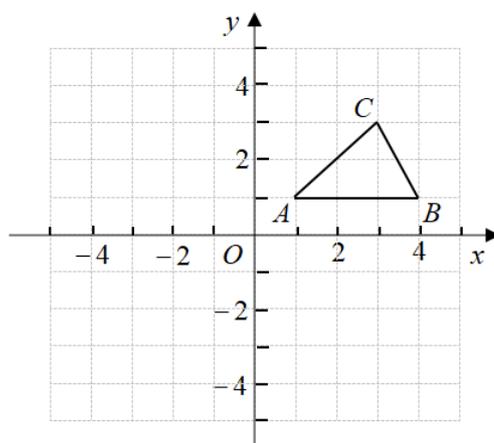
(1) 将 $\triangle ABC$ 向下平移5个单位后得到 $\triangle A_1B_1C_1$,

请画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 逆时针旋转 90° 后得到

$\triangle A_2B_2C_2$, 请画出 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 判断以 O, A_1, B_1 为顶点的三角形的形状.(无须说明理由)



第21题图

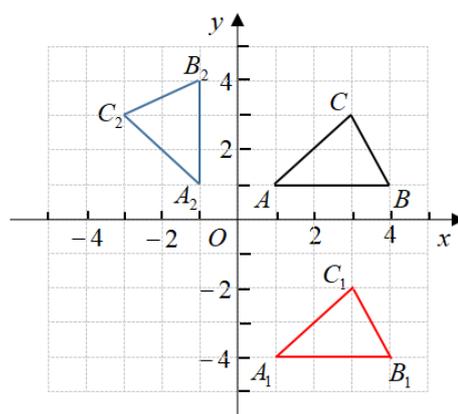
【答案】详情见解析

【考点】平面直角坐标系中的作图变换--平移与旋转

【解析】(1) 如图所示, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;

(2) 如图所示, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求;

(3) 三角形的形状为等腰直角三角形。



第21题解答

【点评】常规题型, 涉及到作图变换的两种类型: 平

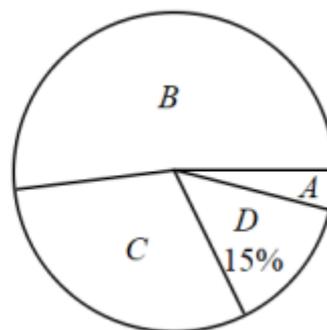
移变换和旋转变换, 要求数清格子, 且按要求作图即可。

22. (本题满分8分) 某市将开展以“走进中国数学史”为主题的知识竞赛活动, 红树林学

校对本校100名参加选拔赛的同学的成绩按 A, B, C, D 四个等级进行统计, 绘制成如下

不完整的统计表和扇形统计图.

成绩等级	频数(人数)	频率
A	4	0.04
B	m	0.51
C	n	
D		
合计	100	1



- (1) 求 $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2) 在扇形统计图中, 求“C等级”所对应圆心角的度数;
- (3) 成绩等级为A的4名同学中有1名男生和3名女生, 现从中随机挑选2名同学代表学校参加全市比赛. 请用树状图法或者列表法求出恰好选中“1男1女”的概率.

【答案】(1) $m = 51, n = 30$; (2) 108° ; (3) $\frac{1}{2}$

【考点】统计表; 扇形统计图; 概率统计

【解析】(1) $m = 0.51 \times 100 = 51$;

看扇形可知D的百分数为15%, 则其频率为0.15, 则人数为 $0.15 \times 100 = 15$,

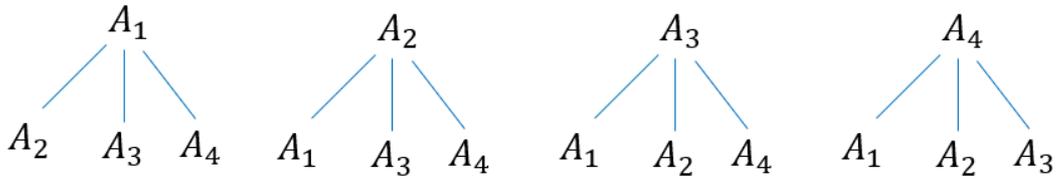
总人数为100, 则C的人数 = 总人数 - (A、B、D)人数,

即 $n = 100 - 4 - 51 - 15 = 30$;

(2) 圆周角为 360° , 根据频率之和为1, 求出C的频率为0.3,

则“C等级”对应圆心角的度数为 $0.3 \times 360^\circ = 108^\circ$

(3) 将1名男生和3名女生标记为 A_1, A_2, A_3, A_4 , 用树状图表示如下:



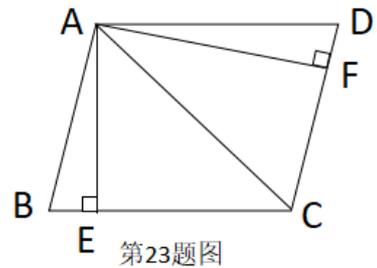
由树状图可知随机挑选 2 名学生的情况总共有 12 种 其中恰好选中 1 男和 1 女的情况有 6 种 ,

$$\text{概率} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

【点评】该题属于常规题，是我们平常练得较多的题目，懂得看扇形统计图以及抓住样本总量与频率和为 1 是关键。

23. (本题满分 8 分) 如图 , 在 $\square ABCD$ 中 , $AE \perp BC$, $AF \perp CD$, 垂足分别为 E、F , 且 $BE = DF$.

- (1) 求证 : $\square ABCD$ 是菱形 ;
- (2) 若 $AB = 5, AC = 6$, 求 $\square ABCD$ 的面积 .



【解答】

证明 : (1) \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ,

$$\therefore \angle B = \angle D .$$

$$\because AE \perp BC , AF \perp DC ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ ,$$

$$\text{又} \because BE = DF ,$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AFD (ASA) .$$

$$\therefore AB = AD ,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是菱形} .$$

(2) 如图, 连接 BD 交 AC 于点 O

\therefore 由 (1) 知四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC = 6$.

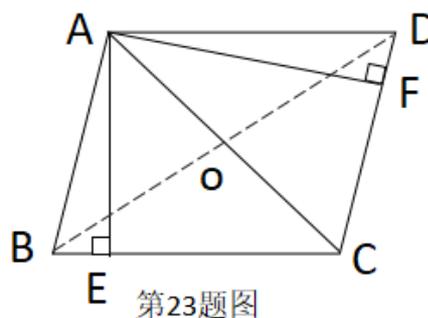
$\therefore AC \perp BD, AO = OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$,

$\therefore AB = 5, AO = 3$,

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$\therefore BD = 2BO = 8$,

$\therefore S_{\square ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$



【考点】 平行四边形的性质；全等三角形的性质与判定；勾股定理；菱形的判定与性质、面积计算.

【解析】 (1) 由平行四边形的性质得出 $\angle B = \angle D$, 由题目 $AE \perp BC, AF \perp DC$ 得出 $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$, 因为 $BE = DF$, 由 ASA 证明 $\triangle AEB \cong \triangle AFD$, 可得出 $AB = AD$, 根据菱形的判定, 即可得出四边形 $ABCD$ 为菱形.

(2) 由平行四边形的性质得出 $AC \perp BD, AO = OC = \frac{1}{2}AC = 3$, 在 $Rt\triangle AOB$ 中, 由勾股定理 $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2}$ 可求 BD , 再根据菱形面积计算公式可求出答案.

【点评】 本题考查平行四边形的性质、全等三角形的性质与判定、勾股定理、菱形的性质和判定、菱形的面积计算等知识点, 解题的关键是灵活综合运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

24. (本题满分 10 分) 某公司在甲、乙仓库共存放某种原料 450 吨, 如果运出甲仓库所存原料的 60%, 乙仓库所存原料的 40%, 那么乙仓库剩余的原料比甲仓库剩余的原料多 30 吨.

(1) 求甲、乙两仓库各存放原料多少吨?

(2) 现公司需将 300 吨原料运往工厂, 从甲、乙两个仓库到工厂的运价分别为 120 元/吨和 100 元/吨. 经协商, 从甲仓库到工厂的运价可优惠 a 元/吨 ($10 \leq a \leq 30$), 从乙仓库到

工厂的运价不变。设从甲仓库运 m 吨原料到工厂,请求出总运费 W 关于 m 的函数解析式(不要求写出 m 的取值范围);

(3)在(2)的条件下,请根据函数的性质说明:随着 m 的增大, W 的变化情况.

【答案】(1)设甲仓库存放原料 x 吨,乙仓库存放原料 y 吨.

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} x + y = 450 \\ (1 - 40\%)y - (1 - 60\%)x = 30 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 240 \\ y = 210 \end{cases}$$

故甲仓库存放原料240吨,乙仓库存放原料210吨.

(2)据题意,从甲仓库运 m 吨原料到工厂,则从乙仓库运 $300 - m$ 吨原料到工厂

$$\text{总运费. } W = (120 - a)m + 100(300 - m) = (20 - a)m + 30000$$

(3)①当 $10 \leq a < 20$, $20 - a > 0$, 由一次函数的性质可知, W 随着 m 的增大而增大.

②当 $a = 20$ 时, $20 - a = 0$, W 随着 m 的增大没有变化.

③当 $20 \leq a \leq 30$, 则 $20 - a < 0$, W 随着 m 的增大而减小.

【考点】二元一次方程组;一次函数的性质及应用

【解析】(1)根据题意,可设甲仓库存放原料 x 吨,乙仓库存放原料 y 吨,利用甲、乙两仓库的原料吨数之和为 450 吨以及乙仓库剩余的原料比甲的 30 吨,即可列出二元一次方程组求解.

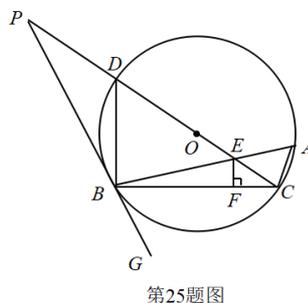
(2)据题意,从甲仓库运 m 吨原料到工厂,则从乙仓库运 $300 - m$ 吨原料到工厂,甲仓库到工厂的运价为 $120 - a$ 元/吨,由乙仓库到工厂的运价不变即为 100 元/吨,利用“运费=运价 \times 数量”即可求出甲、乙仓库到工厂的总运费 W .

(3)本题考察一次函数的性质,一次项系数 $20 - a$ 的大小决定 W 随着 m 的增大而如何变化,需根据题中所给参数 a 的取值范围,进行 3 种情况讨论,判断 $20 - a$ 的正负,可依次得到

$20 - a > 0$ 、 $20 - a = 0$ 即 $20 - a < 0$ ，即得 W 随着 m 的增大的变化情况.

【点评】此题考察二元一次方程组及一次函数的性质及应用，根据题中的数量关系不难列出二元一次方程组及总运费 W 关于 m 的函数解析式，难点在于最后一问函数性质的运用，需利用题中所给的数量参数 a 的范围，讨论一次项系数， W 随着 m 的增大而产生的变化情况.

25. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle CBG = \angle A$ ， CD 为直径， OC 与 AB 相交于点 E ，过点 E 作 $EF \perp BC$ ，垂足为 F ，延长 CD 交 GB 的延长线于点 P ，连接 BD 。



第25题图

(1) 求证： PG 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若 $\frac{EF}{AC} = \frac{5}{8}$ ，求 $\frac{BE}{OC}$ 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，若 $\odot O$ 的半径为 8， $PD = OD$ ，求 OE 的长。

【答案】解：(1) 证：

如图 1，连接 OB ，则 $OB = OD$

$$\therefore \angle BDC = \angle DBO$$

\because 弧 $BC =$ 弧 BC

$$\therefore \angle A = \angle BDC$$

$$\therefore \angle A = \angle DBO$$

又 $\because \angle CBG = \angle A$

$$\therefore \angle CBG = \angle DBO$$

$\because CD$ 是 $\odot O$ 直径

$$\therefore \angle DBO + \angle OBC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CBG + \angle OBC = 90^\circ$$

$\therefore \angle OBG = 90^\circ$ 点 B 在圆上，

$\therefore PG$ 与 $\odot O$ 相切

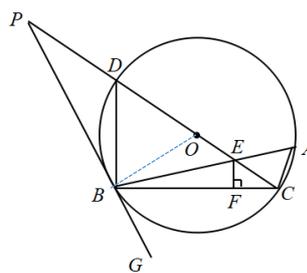


图 1

(2) 方法一：

如图 2 过 O 作 $OM \perp AC$ 于点 M ，链接 OA ，则 $\angle AOM = \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC$ ，

$$AM = \frac{1}{2} AC$$

\therefore 弧 $AC =$ 弧 AC

$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

又 $\therefore \angle EFB = \angle OGA = 90^\circ$

$\therefore \triangle BEF \sim \triangle OAM$

$$\therefore \frac{EF}{AM} = \frac{BE}{OA}$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2} AC, OA = OC$$

$$\therefore \frac{EF}{\frac{1}{2} AC} = \frac{BE}{OC}$$

$$\text{又} \therefore \frac{EF}{AC} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore \frac{BE}{OC} = 2 \times \frac{EF}{AC} = 2 \times \frac{5}{8} = \frac{5}{4}$$

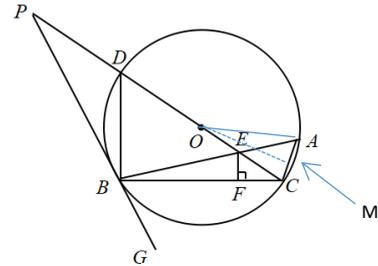


图 2

方法二：

\therefore CD 是 $\odot O$ 直径

$\therefore \angle DBC = 90^\circ$

$\therefore EF \perp BC$

$\therefore \angle EFC = 90^\circ$

又 $\therefore \angle DCB = \angle ECF$

$\therefore \triangle DCB \sim \triangle ECF$

$$\therefore \frac{EF}{DB} = \frac{EC}{DC} \quad \text{①}$$

又 $\because \angle BDE = \angle EAC$

$\angle DEB = \angle AEC$

$\therefore \triangle DEB \sim \triangle AEC$

$$\therefore \frac{DB}{AC} = \frac{BE}{EC} \quad \text{②}$$

$$\text{①} \times \text{②} \text{得} : \therefore \frac{EF}{DB} \cdot \frac{DB}{AC} = \frac{EC}{DC} \cdot \frac{BE}{EC}$$

$$\text{即} : \frac{EF}{AC} = \frac{BE}{DC}$$

$$\therefore \frac{BE}{DC} = \frac{5}{8}$$

又 $\because DC = 2OC$

$$\therefore \frac{BE}{2OC} = \frac{5}{8}$$

$$\therefore \frac{BE}{OC} = \frac{5}{4}$$

(3) $\because PD = OD, \angle PDO = 90^\circ$

$\therefore BD = OD = 8$

在 $Rt\triangle DBC$ 中, $BC = \sqrt{DC^2 - BD^2} = 8\sqrt{3}$

又 $\because OD = OB$

$\therefore \triangle DOB$ 是等边三角形

$\therefore \angle DOB = 60^\circ$

$\therefore \angle DOB = \angle OBC + \angle OCB, OB = OC$

$\therefore \angle OCB = 30^\circ$

$$\therefore \frac{EF}{CE} = \frac{1}{2}, \frac{FC}{EF} = \sqrt{3}$$

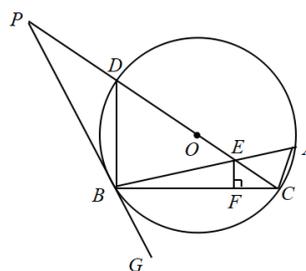
\therefore 可设 $EF = x, EC = 2x, FC = \sqrt{3}x$

$$\therefore BF = 8\sqrt{3} - \sqrt{3}x$$

在 $Rt\triangle BEF$ 中, $BE^2 = EF^2 + BF^2$

$$\therefore 100 = x^2 + (8\sqrt{3} - \sqrt{3}x)^2$$

解得: $x = 6 \pm \sqrt{13}$



第25题图

$$\therefore 6 + \sqrt{13} > 8, \text{舍去}$$

$$\therefore x = 6 - \sqrt{13}$$

$$\therefore EC = 12 - 2\sqrt{13}$$

$$\therefore OE = 8 - (12 - 2\sqrt{13}) = 2\sqrt{13} - 4$$

【考点】切线的性质和判断；相似三角形

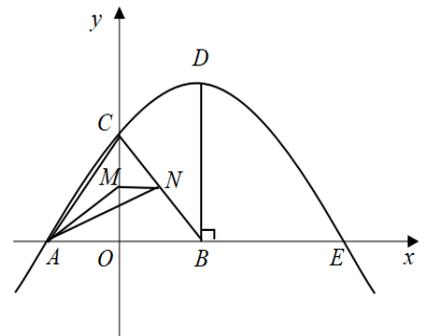
【解析】(1) 要证为切线只需证明 $\angle OBG$ 为 90° ， $\angle A$ 与 $\angle BDC$ 为同弧所对圆周角相等，又 $\angle BDC = \angle DBO$ ，得 $\angle CBG = \angle DBO$ 即可证明。

(2) 通过证明 2 组三角形相似，建立比例关系，消元后，再在直角三角形 BEF 中利用勾股定理求解即可。

【点评】本题第一问比较常规，第二问需要建立相似比之间的数量关系，第三问需要转化到一个直角三角形中利用勾股定理解题，还要对两个解进行处理，思路复杂，而且计算量较大，属于较难的题目。

26.(本题满分 10 分)如图，抛物线 $y = ax^2 - 5ax + c$ 与坐标轴分别交于点 A, C, E 三点，其中 $A(-3, 0), C(0, 4)$ ，点 B 在 x 轴上， $AC = BC$ ，过点 B 作 $BD \perp x$ 轴交抛物线于点 D ，点 M, N 分别是线段 CO, BC 上的动点，且 $CM = BN$ ，连接 MN, AM, AN 。

- (1) 求抛物线的解析式及点 D 的坐标；
- (2) 当 $\triangle CMN$ 是直角三角形时，求点 M 的坐标；
- (3) 试求出 $AM + AN$ 的最小值。



第26题图

【答案】(1) 抛物线的解析式为： $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}x + 4$ ；

$D(3, 5)$ 。

$$(2) M(0, \frac{16}{9}) \text{ 或 } M(0, \frac{11}{9})$$

$$(3) \sqrt{61}$$

【考点】①用待定系数法求解析式；②动点形成相似三角形的运用；③全等三角形的证明，

动点中线段和最值问题的转化

【解析】解：(1) 把点 A(-3, 0)、C(0, 4) 带入 $y = ax^2 - 5ax + c$ 得

$$\begin{cases} 9a + 15a + c = 0 \\ c = 4 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为：} y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}x + 4$$

$$\therefore AC=BC, OC=OC$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AOC \cong \text{Rt}\triangle BOC \text{ (HL)}$$

$$\therefore OA=OB$$

$$\therefore A(-3, 0)$$

$$\therefore B(3, 0)$$

$$\therefore BD \perp x \text{ 轴, } D \text{ 在抛物线上}$$

$$\therefore D(3, 5)$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得 } OC=4, BC=5, \text{ 设 } M(0, a)$$

$$\therefore CM=BN$$

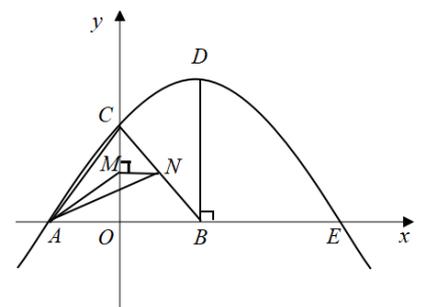
$$\therefore CM=BN=4-a, CN=BC-BN=5-(4-a)=1+a$$

①当 $\angle CMN=90^\circ$ 时, $\triangle CMN \sim \triangle COB$

$$\text{由 } \frac{CM}{CO} = \frac{CN}{CB} \text{ 得 } \frac{4-a}{4} = \frac{1+a}{5} \text{ 解得：} a = \frac{16}{9}$$

$$\therefore M(0, \frac{16}{9})$$

②当 $\angle CNM=90^\circ$ 时, $\triangle CNM \sim \triangle COB$



第26题图

由 $\frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CO}$ 得 $\frac{4-a}{5} = \frac{1+a}{4}$ 解得： $a = \frac{11}{9}$
 $\therefore M(0, \frac{11}{9})$

综上所述：当 $\triangle CMN$ 是直角三角形时 $M(0, \frac{16}{9})$ 或 $M(0, \frac{11}{9})$

(3) 连接 DN、AD，如右图，

$\therefore BD \perp y$ 轴

$\therefore \angle OCB = \angle DBN$

$\therefore \angle OCB = \angle ACM$

$\therefore \angle ACM = \angle DBN$

又 $\therefore CM = BN, AC = BD$

$\therefore \triangle CAM \cong \triangle BDN (SAS)$

$\therefore AM = DN$

$\therefore AM + AN = DN + AN$

当 A、N、D 三点共线时， $DN + AN = AD$

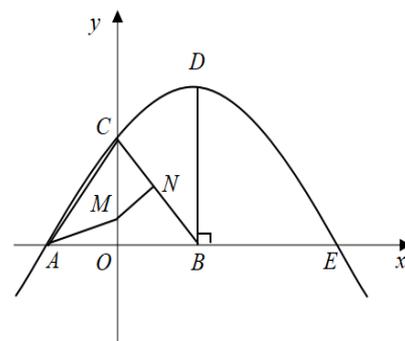
即 $AM + AN$ 的最小值为 AD

$\therefore AB = 6, BD = 5$

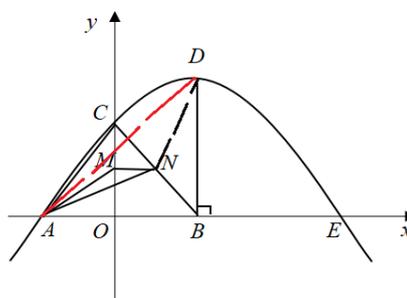
\therefore 在 $Rt\triangle ABD$ 中，由勾股定理得，

$$AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{61}$$

$\therefore AM + AN$ 的最小值为 $\sqrt{61}$.



第26题图



第26题图

【点评】此题是二次函数综合题，考查了待定系数法求二次函数解析式，相似三角形的综合运用，直角三角形的分类讨论，全等三角形的证明及线段和最值问题的转化思想，此题 1、2 问难度适中，3 问综合性较强，难度较大。