

2018 年山东省济宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

1. (3.00 分) $\sqrt[3]{-1}$ 的值是 ()

A. 1 B. -1 C. 3 D. -3

【解答】解： $\sqrt[3]{-1} = -1$.

故选：B.

2. (3.00 分) 为贯彻落实党中央、国务院关于推进城乡义务教育一体化发展的部署，教育部会同有关部门近五年来共新建、改扩建校舍 186000000 平方米，其中数据 186000000 用科学记数法表示是 ()

A. 1.86×10^7 B. 186×10^6 C. 1.86×10^8 D. 0.186×10^9

【解答】解：将 186000000 用科学记数法表示为： 1.86×10^8 .

故选：C.

3. (3.00 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^8 \div a^4 = a^2$ B. $(a^2)^2 = a^4$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $a^2 + a^2 = 2a^4$

【解答】解：A、 $a^8 \div a^4 = a^4$ ，故此选项错误；

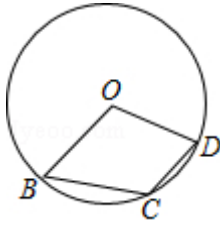
B、 $(a^2)^2 = a^4$ ，故原题计算正确；

C、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项错误；

D、 $a^2 + a^2 = 2a^2$ ，故此选项错误；

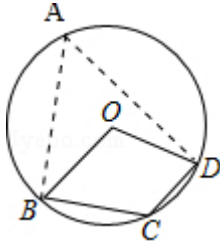
故选：B.

4. (3.00 分) 如图，点 B, C, D 在 $\odot O$ 上，若 $\angle BCD = 130^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数是 ()



A. 50° B. 60° C. 80° D. 100°

【解答】解：圆上取一点 A，连接 AB，AD，



\because 点 A、B、C、D 在 $\odot O$ 上， $\angle BCD=130^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD=50^\circ$ ，

$\therefore \angle BOD=100^\circ$ ，

故选：D.

5. (3.00 分) 多项式 $4a - a^3$ 分解因式的结果是 ()

A. $a(4 - a^2)$ B. $a(2 - a)(2 + a)$ C. $a(a - 2)(a + 2)$ D. $a(2 - a)^2$

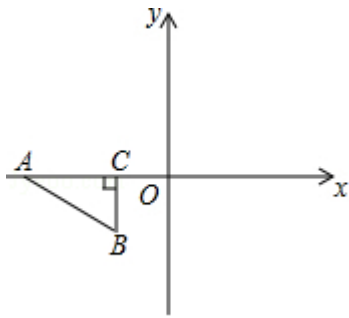
【解答】解： $4a - a^3$

$=a(4 - a^2)$

$=a(2 - a)(2 + a)$.

故选：B.

6. (3.00 分) 如图，在平面直角坐标系中，点 A、C 在 x 轴上，点 C 的坐标为 $(-1, 0)$ ， $AC=2$ 。将 $Rt\triangle ABC$ 先绕点 C 顺时针旋转 90° ，再向右平移 3 个单位长度，则变换后点 A 的对应点坐标是 ()



- A. (2, 2) B. (1, 2) C. (-1, 2) D. (2, -1)

【解答】解：∵点C的坐标为(-1, 0)，AC=2，

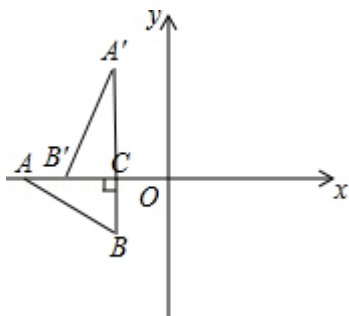
∴点A的坐标为(-3, 0)，

如图所示，将Rt△ABC先绕点C顺时针旋转90°，

则点A'的坐标为(-1, 2)，

再向右平移3个单位长度，则变换后点A'的对应点坐标为(2, 2)，

故选：A.



7. (3.00分) 在一次数学答题比赛中，五位同学答对题目的个数分别为7, 5, 3, 5, 10，则关于这组数据的说法不正确的是 ()

- A. 众数是5 B. 中位数是5 C. 平均数是6 D. 方差是3.6

【解答】解：A、数据中5出现2次，所以众数为5，此选项正确；

B、数据重新排列为3、5、5、7、10，则中位数为5，此选项正确；

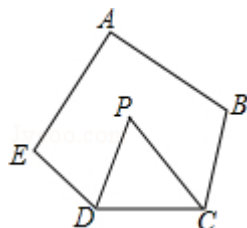
C、平均数为 $(7+5+3+5+10) \div 5=6$ ，此选项正确；

D、方差为 $\frac{1}{5} \times [(7-6)^2 + (5-6)^2 \times 2 + (3-6)^2 + (10-6)^2] = 5.6$ ，此选项

错误；

故选：D.

8. (3.00分) 如图, 在五边形 ABCDE 中, $\angle A + \angle B + \angle E = 300^\circ$, DP、CP 分别平分 $\angle EDC$ 、 $\angle BCD$, 则 $\angle P =$ ()



A. 50° B. 55° C. 60° D. 65°

【解答】解: \because 在五边形 ABCDE 中, $\angle A + \angle B + \angle E = 300^\circ$,

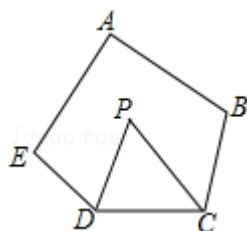
$\therefore \angle EDC + \angle BCD = 240^\circ$,

又 \because DP、CP 分别平分 $\angle EDC$ 、 $\angle BCD$,

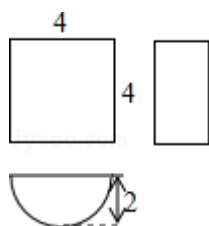
$\therefore \angle PDC + \angle PCD = 120^\circ$,

$\therefore \triangle CDP$ 中, $\angle P = 180^\circ - (\angle PDC + \angle PCD) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

故选: C.



9. (3.00分) 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积是 ()

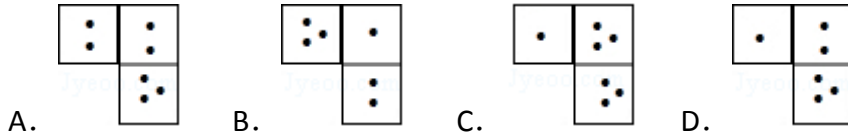
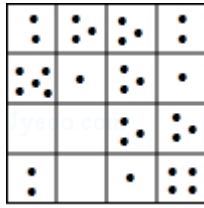


A. $24 + 2\pi$ B. $16 + 4\pi$ C. $16 + 8\pi$ D. $16 + 12\pi$

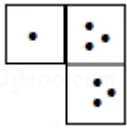
【解答】解: 该几何体的表面积为 $2 \times \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 + 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2\pi \cdot 2 \times 4 = 12\pi + 16$,

故选: D.

10. (3.00分) 如图, 小正方形是按一定规律摆放的, 下面四个选项中的图片, 适合填补图中空白处的是 ()



【解答】解：由题意知，原图形中各行、各列中点数之和为 10，符合此要求的只有



故选：C.

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

11. (3.00 分)若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 $x \geq 1$.

【解答】解：∵式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，

$$\therefore x - 1 \geq 0,$$

解得 $x \geq 1$.

故答案为： $x \geq 1$.

12. (3.00 分)在平面直角坐标系中，已知一次函数 $y = -2x + 1$ 的图象经过 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 两点，若 $x_1 < x_2$ ，则 y_1 $>$ y_2 . (填“ $>$ ”“ $<$ ”“ $=$ ”)

【解答】解：∵一次函数 $y = -2x + 1$ 中 $k = -2 < 0$,

∴ y 随 x 的增大而减小，

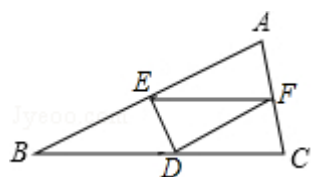
$$\therefore x_1 < x_2,$$

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故答案为： $>$.

13. (3.00 分)在 $\triangle ABC$ 中，点 E 、 F 分别是边 AB 、 AC 的中点，点 D 在 BC 边上，连接 DE 、 DF 、 EF ，请你添加一个条件 D 是 BC 的中点，使 $\triangle BED$ 与 $\triangle FDE$ 全

等.



【解答】解：当 D 是 BC 的中点时， $\triangle BED \cong \triangle FDE$ ，

\because E, F 分别是边 AB, AC 的中点，

$\therefore EF \parallel BC$ ，

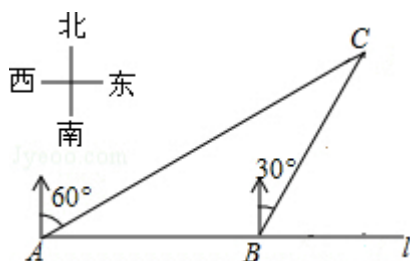
当 E, D 分别是边 AB, BC 的中点时， $ED \parallel AC$ ，

\therefore 四边形 BEFD 是平行四边形，

$\therefore \triangle BED \cong \triangle FDE$ ，

故答案为：D 是 BC 的中点.

14. (3.00 分) 如图，在一笔直的海岸线 l 上有相距 2km 的 A, B 两个观测站，B 站在 A 站的正东方向上，从 A 站测得船 C 在北偏东 60° 的方向上，从 B 站测得船 C 在北偏东 30° 的方向上，则船 C 到海岸线 l 的距离是 $\sqrt{3}$ km.



【解答】解：过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D，

根据题意得： $\angle CAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ， $\angle CBD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ，

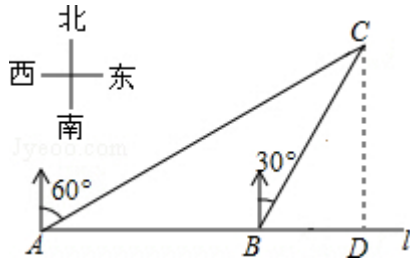
$\therefore \angle ACB = \angle CBD - \angle CAD = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CAB = \angle ACB$ ，

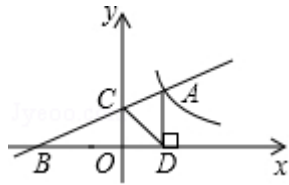
$\therefore BC = AB = 2\text{km}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中， $CD = BC \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ (km).

故答案为： $\sqrt{3}$.



15. (3.00分) 如图, 点A是反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 图象上一点, 直线 $y = kx + b$ 过点A并且与两坐标轴分别交于点B, C, 过点A作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为D, 连接DC, 若 $\triangle BOC$ 的面积是4, 则 $\triangle DOC$ 的面积是 $2\sqrt{3} - 2$.



【解答】解: 设 $A(a, \frac{4}{a})$ ($a > 0$),

$$\therefore AD = \frac{4}{a}, OD = a,$$

\because 直线 $y = kx + b$ 过点A并且与两坐标轴分别交于点B, C,

$$\therefore C(0, b), B(-\frac{b}{k}, 0),$$

$\because \triangle BOC$ 的面积是4,

$$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OB \times OC = \frac{1}{2} \times \frac{b}{k} \times b = 4,$$

$$\therefore b^2 = 8k,$$

$$\therefore k = \frac{b^2}{8} \text{ ①}$$

$\therefore AD \perp x$ 轴,

$\therefore OC \parallel AD,$

$\therefore \triangle BOC \sim \triangle BDA,$

$$\therefore \frac{OB}{BD} = \frac{OC}{AD},$$

$$\therefore \frac{\frac{b}{k}}{a + \frac{b}{k}} = \frac{b}{\frac{4}{a}},$$

$$\therefore a^2k+ab=4 \text{ ②},$$

联立①②得, $ab = -4 - 4\sqrt{3}$ (舍) 或 $ab = 4\sqrt{3} - 4$,

$$\therefore S_{\triangle DOC} = \frac{1}{2}OD \cdot OC = \frac{1}{2}ab = 2\sqrt{3} - 2$$

故答案为 $2\sqrt{3} - 2$.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 55 分。

16. (6.00 分) 化简: $(y+2)(y-2) - (y-1)(y+5)$

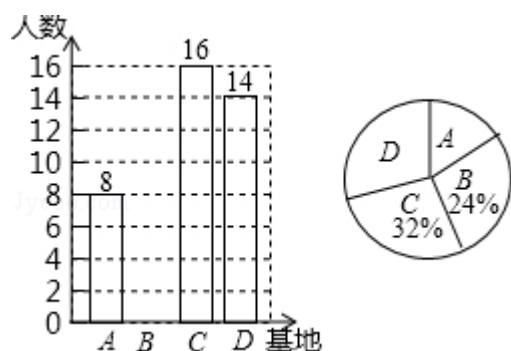
【解答】解: 原式 $= y^2 - 4 - y^2 - 5y + y + 5 = -4y + 1$,

17. (7.00 分) 某校开展研学旅行活动, 准备去的研学基地有 A (曲阜)、B (梁山)、C (汶上), D (泗水), 每位学生只能选去一个地方, 王老师对本全体同学选取的研学基地情况进行调查统计, 绘制了两幅不完整的统计图 (如图所示).

(1) 求该班的总入数, 并补全条形统计图.

(2) 求 D (泗水) 所在扇形的圆心角度数;

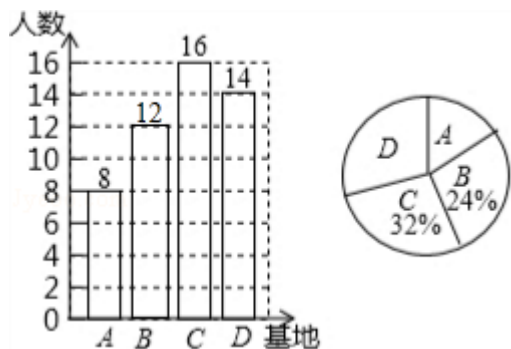
(3) 该班班委 4 人中, 1 人选去曲阜, 2 人选去梁山, 1 人选去汶上, 王老师要从这 4 人中随机抽取 2 人了解他们对研学基地的看法, 请你用列表或画树状图的方法, 求所抽取的 2 人中恰好有 1 人选去曲阜, 1 人选去梁山的概率.



【解答】解: (1) 该班的人数为 $\frac{16}{32\%} = 50$ 人,

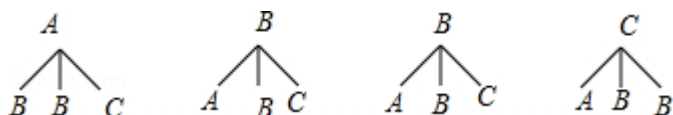
则 B 基地的人数为 $50 \times 24\% = 12$ 人,

补全图形如下:



(2) D (泗水) 所在扇形的圆心角度数为 $360^\circ \times \frac{14}{50} = 100.8^\circ$;

(3) 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数, 其中所抽取的 2 人中恰好有 1 人选去曲阜, 1 人选去梁山的占 4 种,

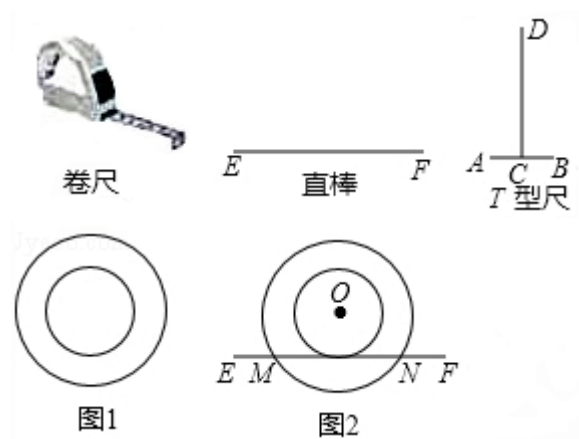
所以所抽取的 2 人中恰好有 1 人选去曲阜, 1 人选去梁山的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

18. (7.00 分) 在一次数学活动课中, 某数学小组探究求环形花坛 (如图所示) 面积的方法, 现有以下工具: ①卷尺; ②直棒 EF; ③T 型尺 (CD 所在的直线垂直平分线段 AB).

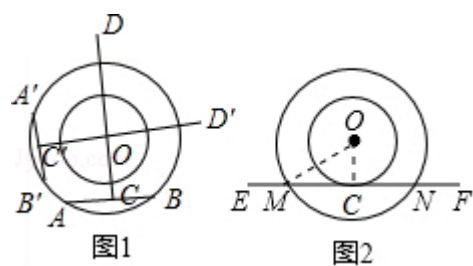
(1) 在图 1 中, 请你画出用 T 形尺找大圆圆心的示意图 (保留画图痕迹, 不写画法);

(2) 如图 2, 小华说: “我只用一根直棒和一个卷尺就可以求出环形花坛的面积, 具体做法如下:

将直棒放置到与小圆相切, 用卷尺量出此时直棒与大圆两交点 M, N 之间的距离, 就可求出环形花坛的面积”如果测得 $MN=10m$, 请你求出这个环形花坛的面积.



【解答】解：（1）如图点 O 即为所求；



（2）设切点为 C ，连接 OM ， OC 。

$\because MN$ 是切线，

$\therefore OC \perp MN$ ，

$\therefore CM = CN = 5$ ，

$\therefore OM^2 - OC^2 = CM^2 = 25$ ，

$\therefore S_{\text{圆环}} = \pi \cdot OM^2 - \pi \cdot OC^2 = 25\pi$ 。

19.（7.00 分）“绿水青山就是金山银山”，为保护生态环境， A ， B 两村准备各自清理所属区域养鱼网箱和捕鱼网箱，每村参加清理人数及总开支如下表：

村庄	清理养鱼网箱人数/人	清理捕鱼网箱人数/人	总支出/元
A	15	9	57000
B	10	16	68000

（1）若两村清理同类渔具的人均支出费用一样，求清理养鱼网箱和捕鱼网箱的人均支出费用各是多少元；

(2) 在人均支出费用不变的情况下，为节约开支，两村准备抽调 40 人共同清理养鱼网箱和捕鱼网箱，要使总支出不超过 102000 元，且清理养鱼网箱人数小于清理捕鱼网箱人数，则有哪几种分配清理人员方案？

【解答】解：(1) 设清理养鱼网箱的人均费用为 x 元，清理捕鱼网箱的人均费用为 y 元，

根据题意，得：
$$\begin{cases} 15x+9y=57000 \\ 10x+16y=68000 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=2000 \\ y=3000 \end{cases}$$

答：清理养鱼网箱的人均费用为 2000 元，清理捕鱼网箱的人均费用为 3000 元；

(2) 设 m 人清理养鱼网箱，则 $(40 - m)$ 人清理捕鱼网箱，

根据题意，得：
$$\begin{cases} 2000m+3000(40-m) \leq 102000 \\ m < 40-m \end{cases}$$

解得： $18 \leq m < 20$ ，

$\because m$ 为整数，

$\therefore m=18$ 或 $m=19$ ，

则分配清理人员方案有两种：

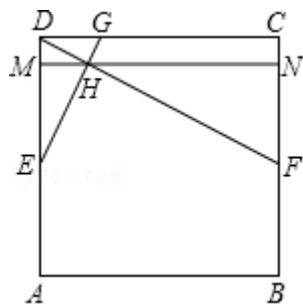
方案一：18 人清理养鱼网箱，22 人清理捕鱼网箱；

方案二：19 人清理养鱼网箱，21 人清理捕鱼网箱。

20. (8.00 分) 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E ， F 分别是边 AD ， BC 的中点，连接 DF ，过点 E 作 $EH \perp DF$ ，垂足为 H ， EH 的延长线交 DC 于点 G 。

(1) 猜想 DG 与 CF 的数量关系，并证明你的结论；

(2) 过点 H 作 $MN \parallel CD$ ，分别交 AD ， BC 于点 M ， N ，若正方形 $ABCD$ 的边长为 10，点 P 是 MN 上一点，求 $\triangle PDC$ 周长的最小值。



【解答】解：（1）结论：CF=2DG.

理由：∵四边形 ABCD 是正方形，

$$\therefore AD=BC=CD=AB, \angle ADC=\angle C=90^\circ,$$

$$\therefore DE=AE,$$

$$\therefore AD=CD=2DE,$$

$$\therefore EG \perp DF,$$

$$\therefore \angle DHG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF+\angle DGE=90^\circ, \angle DGE+\angle DEG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF=\angle DEG,$$

$$\therefore \triangle DEG \sim \triangle CDF,$$

$$\therefore \frac{DG}{CF} = \frac{DE}{DC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CF=2DG.$$

（2）作点 C 关于 NM 的对称点 K，连接 DK 交 MN 于点 P，连接 PC，此时 $\triangle PDC$ 的周长最短。周长的最小值=CD+PD+PC=CD+PD+PK=CD+DK.

$$\text{由题意：} CD=AD=10, ED=AE=5, DG=\frac{5}{2}, EG=\frac{5}{2}\sqrt{5}, DH=\frac{DE \cdot DG}{EG}=\sqrt{5},$$

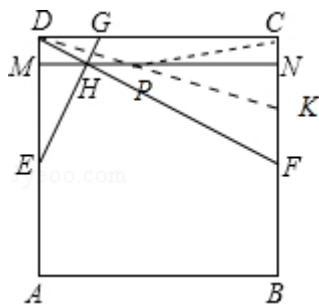
$$\therefore EH=2DH=2\sqrt{5},$$

$$\therefore HM=\frac{DH \cdot EH}{DE}=2,$$

$$\therefore DM=CN=NK=\sqrt{DH^2-HM^2}=1,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DCK \text{ 中，} DK=\sqrt{CD^2+CK^2}=\sqrt{10^2+2^2}\sqrt{10^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{26},$$

$$\therefore \triangle PCD \text{ 的周长的最小值为 } 10+2\sqrt{26}.$$



21. (9.00 分) 知识背景

当 $a > 0$ 且 $x > 0$ 时, 因为 $(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}})^2 \geq 0$, 所以 $x - 2\sqrt{a} + \frac{a}{x} \geq 0$, 从而 $x + \frac{a}{x} \geq 2\sqrt{a}$

(当 $x = \sqrt{a}$ 时取等号).

设函数 $y = x + \frac{a}{x}$ ($a > 0, x > 0$), 由上述结论可知: 当 $x = \sqrt{a}$ 时, 该函数有最小值为 $2\sqrt{a}$.

应用举例

已知函数为 $y_1 = x$ ($x > 0$) 与函数 $y_2 = \frac{4}{x}$ ($x > 0$), 则当 $x = \sqrt{4} = 2$ 时, $y_1 + y_2 = x + \frac{4}{x}$ 有最小值为 $2\sqrt{4} = 4$.

解决问题

(1) 已知函数为 $y_1 = x + 3$ ($x > -3$) 与函数 $y_2 = (x + 3)^2 + 9$ ($x > -3$), 当 x 取何值时, $\frac{y_2}{y_1}$ 有最小值? 最小值是多少?

(2) 已知某设备租赁使用成本包含以下三部分: 一是设备的安装调试费用, 共 490 元; 二是设备的租赁使用费用, 每天 200 元; 三是设备的折旧费用, 它与使用天数的平方成正比, 比例系数为 0.001. 若设该设备的租赁使用天数为 x 天, 则当 x 取何值时, 该设备平均每天的租赁使用成本最低? 最低是多少元?

【解答】 解: (1) $\frac{y_2}{y_1} = \frac{(x+3)^2+9}{x+3} = (x+3) + \frac{9}{x+3}$,

\therefore 当 $x+3 = \frac{9}{x+3}$ 时, $\frac{y_2}{y_1}$ 有最小值,

$\therefore x = 0$ 或 -6 (舍弃) 时, 有最小值 = 6.

(2) 设该设备平均每天的租赁使用成本为 w 元.

则 $w = \frac{490 + 200x + 0.0001x^2}{x} = \frac{490}{x} + 0.001x + 200$,

\therefore 当 $\frac{490}{x} = 0.001x$ 时, w 有最小值,

$\therefore x = 700$ 或 -700 (舍弃) 时, w 有最小值, 最小值 = 201.4 元.

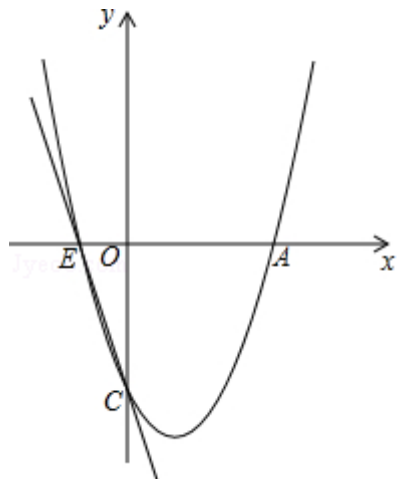
22. (11.00 分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 A (3, 0), B (-

1, 0), C (0, -3).

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 若以点 A 为圆心的圆与直线 BC 相切于点 M, 求切点 M 的坐标;

(3) 若点 Q 在 x 轴上, 点 P 在抛物线上, 是否存在以点 B, C, Q, P 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 求点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【解答】解: (1) 把 A (3, 0), B (-1, 0), C (0, -3) 代入抛物线解析式得:

$$\begin{cases} 9a+3b+c=0 \\ a-b+c=0 \\ c=-3 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$

则该抛物线解析式为 $y=x^2 - 2x - 3$;

(2) 设直线 BC 解析式为 $y=kx - 3$,

把 B (-1, 0) 代入得: $-k - 3=0$, 即 $k=-3$,

\therefore 直线 BC 解析式为 $y=-3x - 3$,

\therefore 直线 AM 解析式为 $y=\frac{1}{3}x+m$,

把 A (3, 0) 代入得: $1+m=0$, 即 $m=-1$,

\therefore 直线 AM 解析式为 $y=\frac{1}{3}x - 1$,

联立得: $\begin{cases} y=-3x-3 \\ y=\frac{1}{3}x-1 \end{cases}$,

$$\text{解得: } \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases},$$

则 $M(-\frac{3}{5}, -\frac{6}{5})$;

(3) 存在以点 B, C, Q, P 为顶点的四边形是平行四边形,
分两种情况考虑:

设 $Q(x, 0)$, $P(m, m^2 - 2m - 3)$,

当四边形 BCQP 为平行四边形时, 由 $B(-1, 0)$, $C(0, -3)$,

根据平移规律得: $-1+x=0+m$, $0+0=-3+m^2-2m-3$,

解得: $m=1\pm\sqrt{7}$, $x=2\pm\sqrt{7}$,

当 $m=1+\sqrt{7}$ 时, $m^2-2m-3=8+2\sqrt{7}-2-2\sqrt{7}-3=3$, 即 $P(1+\sqrt{7}, 2)$;

当 $m=1-\sqrt{7}$ 时, $m^2-2m-3=8-2\sqrt{7}-2+2\sqrt{7}-3=3$, 即 $P(1-\sqrt{7}, 2)$;

当四边形 BCPQ 为平行四边形时, 由 $B(-1, 0)$, $C(0, -3)$,

根据平移规律得: $-1+m=0+x$, $0+m^2-2m-3=-3+0$,

解得: $m=0$ 或 2 ,

当 $m=0$ 时, $P(0, -3)$ (舍去); 当 $m=2$ 时, $P(2, -3)$,

综上, 存在以点 B, C, Q, P 为顶点的四边形是平行四边形, P 的坐标为 $(1+\sqrt{7}, 2)$ 或 $(1-\sqrt{7}, 2)$ 或 $(2, -3)$.